解析学 I 演習 1

**演習 1.1.** $\gamma : [0,1] \to \mathbb{R}^2$ で $\gamma(t) = (\gamma_1(t), \gamma_2(t))$ とする。$\gamma_1, \gamma_2$ が共に $[0,1]$ 上 $\mathrm{C}^1$ 級（微分可能であり微分も連続）のとき、$\gamma([0,1]) \subset \mathbb{R}^2$ の Jordan 測度は 0 であることを示せ。

**演習 1.2.** $A$ を集合とし、$B_1, B_2, \ldots$ を $A$ の部分集合とする。このとき、

$$C = \{x | x \in A, \text{無限個の } n \text{ について } x \in B_n\},$$
$$D = \{x | x \in A, \text{ある番号から先のすべての } n \text{ について } x \in B_n\}$$

とおく。このとき $C = \bigcap_{m \geq 1} \Big( \bigcup_{n \geq m} B_n \Big)$ かつ $D = \bigcup_{m \geq 1} \Big( \bigcap_{n \geq m} B_n \Big)$ を示せ。

**演習 1.3.** 面積の場合と同様にして $\mathbb{R}$ の部分集合の「長さ」を定義せよ。$U = \{1/n | n = 1, 2, \ldots\}$ は長さが 0 であることをその定義に基づいて示せ。