

線型代数学 B 演習 1

1.  $\begin{pmatrix} 3 & -6 & 2 \\ 2 & -3 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$  の逆行列を求めよ。

2.  $V = T_2(\mathbb{R})$  とし、 $F: V \rightarrow V$  を  $p(x) \in V$  に対して、 $T(p)(x) = xp'(x-1)$  で定義される線型写像とする。ただし  $p'$  は  $p$  の  $x$  に関する微分を表す。

(1)  $F$  を  $(1, x, x^2)$  に関して表現する行列を求めよ。

(2)  $(1, x, x^2)$  から  $(1+x, 1-x, x^2)$  への基底変換の行列を求めよ。

(3)  $F$  を  $(1+x, 1-x, x^2)$  に関して表現する行列を求めよ。

3. 次の行列の固有値と各の固有値に属する固有ベクトルを求めよ。

(1)  $\begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ -2 & -1 & -2 \\ -3 & -3 & -1 \end{pmatrix}$       (2)  $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -4 & 3 & 0 \\ 8 & -5 & 3 \end{pmatrix}$

4.  $A \in M_{nn}(K)$  はある  $m \in \mathbb{N}$  に対して、 $A^m = 0$  のときべき零行列であるという。べき零行列の固有値は 0 だけであることを示せ。

5.  $A \in M_{nn}(K)$  とする。 $\lambda \in K$  が  $A$  の固有値ならば  $\lambda$  は  ${}^tA$  の固有値となることを示せ。

(ヒント:  $\lambda$  が  $A$  の固有値  $\Leftrightarrow \ker(A - \lambda I_n) \neq \{0\} \Leftrightarrow \text{rank}(A - \lambda I_n) < n$ )